**第八讲函数模型及其应用**

id:2147490879;FounderCES

题组函数模型的实际应用

1*.*[2015北京,8,5分]某辆汽车每次加油都把油箱加满,下表记录了该车相邻两次加油时的情况*.* 在这段时间内,该车每100千米平均耗油量为()

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 加油时间 | 加油量*/*升 | 加油时的累计里程*/*千米 |
| 2015年5月1日 | 12 | 35 000 |
| 2015年5月15日 | 48 | 35 600 |

注:“累计里程”指汽车从出厂开始累计行驶的路程*.*

A*.*6升 B.8升 C.10升 D.12升

2*.*[2014北京,8,5分] 加工爆米花时,爆开且不糊的粒数占加工总粒数的百分比称为“可食用率”*.*在特定条件下,可食用率*p*与加工时间*t*(单位:分钟)满足函数关系*p=at*2*+bt+c*(*a*,*b*,*c*是常数),如图2*-*8*-*1记录了三次实验的数据*.*根据上述函数模型和实验数据,可以得到最佳加工时间为()

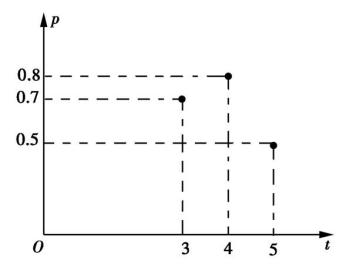


图2*-*8*-*1

A.3.50分钟 B.3.75分钟 C.4.00分钟 D.4.25分钟

3*.*[2014湖南,8,5分][理]某市生产总值连续两年持续增加*.*第一年的增长率为*p*,第二年的增长率为*q*,则该市这两年生产总值的年平均增长率为()

A*.* B*.*

C*.* D*.-*1

4*.*[2015四川,13,5分][理]某食品的保鲜时间*y*(单位:小时)与储藏温度*x*(单位:℃)满足函数关系*y=*e*kx+b*(e*=*2*.*718…为自然对数的底数,*k*,*b*为常数)*.*若该食品在0 ℃的保鲜时间是192小时,在22 ℃的保鲜时间是48小时,则该食品在33 ℃的保鲜时间是小时*.*

5*.*[2014福建,13,4分][理]要制作一个容积为4 m3 ,高为1 m的无盖长方体容器*.*已知该容器的底面造价是每平方米 20 元,侧面造价是每平方米10元,则该容器的最低总造价是(单位:元)*.*

id:2147490908;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2017福建质检,5]当生物死亡后,其体内原有的碳14的含量大约每经过5 730年衰减为原来的一半,这个时间称为“半衰期”*.*当死亡生物体内的碳14含量不足死亡前的千分之一时,用一般的放射性探测器就测不到了*.*若某死亡生物体内的碳14用该放射性探测器探测不到,则它经过的“半衰期”个数至少是()

A.8 B.9 C.10 D.11

2.[2018湖北省百校联考,16]如图2*-*8*-*2所示,多边形*ABCEFGD*由一个矩形*ABCD*和一个去掉一个角的正方形组成,*AD=EF=*4,*CE=DG=*3,现有距离为2且与边*AB*平行的两条直线*l*1,*l*2,截取该多边形所得图形(阴影部分)的面积记为*S*(*t*),其中*t*表示*l*1与*AB*间的距离,当3*<t<*4时,*S*(*t*)*=　　　　.*

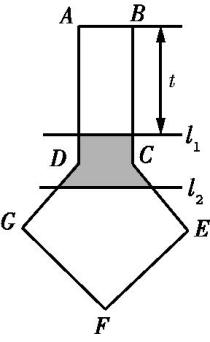


图2*-*8*-*2

3*.*[2018湖北省部分重点中学第一次联考,19]某科研小组研究发现:一棵水果树的产量*w*(单位:百千克)与肥料费用*x*(单位:百元)满足如下关系:*ω*(*x*)*=*此外,还需要投入其他成本(如施肥的人工费等)2*x*百元*.*已知这种水果的市场售价为16元*/*千克(即16百元*/*百千克),且市场需求始终供不应求*.*记该棵水果树获得的利润为*L*(*x*)(单位:百元)*.*

(1)求*L*(*x*)的函数关系式;

(2)当投入的肥料费用为多少时,该水果树获得的利润最大?最大利润是多少?

4*.*[2017江西九江七校联考,20]某店销售进价为2元*/*件的产品*A*,假设该店产品*A*每日的销售量*y*(单位:千件)与销售价格*x*(单位:元*/*件)满足的关系式*y=+*4(*x-*6)2,其中2*<x<*6*.*

(1)若产品*A*销售价格为4元*/*件,求该店每日销售产品*A*所获得的利润;

(2)试确定产品*A*销售价格*x*的值,使该店每日销售产品*A*所获得的利润最大*.*(结果保留1位小数)

**B组提升题**

5*.*[2018山西省太原市期中考试,16]某品牌手机销售商今年1,2,3月份的销售量分别是1万部,1*.*2万部,1*.*3万部,为估计以后每个月的销售量,以这三个月的销售为依据,用一个函数模拟该品牌手机的销售量*y*(单位:万部)与月份*x*之间的关系,现从二次函数*y=ax*2*+bx+c*(*a*≠0)或函数*y=abx+c*(*b>*0,*b*≠1)中选用一个效果好的函数进行模拟,如果4月份的销售量为1*.*37万部,则5月份的销售量为万部*.*

6*.*[2018湖北八校联考,20]已知某工厂每天固定成本是4万元,每生产一件产品成本增加100元,工厂每件产品的出厂价定为*a*元时,生产*x*(*x>*0)件产品的销售收入是*R*(*x*)*=-x*2*+*500*x*(元),*P*(*x*)为每天生产*x*件产品的平均利润(平均利润*=*)*.*销售商从工厂以每件*a*元进货后,又以每件*b*元销售,且*b=a+λ*(*c-a*),其中*c*为最高限价(*a<b<c*),*λ*为销售乐观系数,据市场调查,*λ*由当*b-a*是*c-b*,*c-a*的比例中项时来确定*.*

(1)每天生产量*x*为多少时,平均利润*P*(*x*)取得最大值?并求*P*(*x*)的最大值;

(2)求乐观系数*λ*的值;

(3)若*c=*600,当厂家平均利润最大时,求*a*与*b*的值*.*

7*.*[2017淮安期末,19] 如图2*-*8*-*3,*GH*是一条东西方向的公路,现准备在点*B*(点*B*在公路*GH*上)的正北方向的点*A*处建一仓库,设*AB=y*千米,并在公路旁边建造边长为*x*千米的正方形无顶中转站*CDEF*(其中边*EF*在公路*GH*上)*.*若从点*A*向公路和中转站分别修两条道路*AB*,*AC*,已知*AB=AC+*1,且∠*ABC=*60*°.*

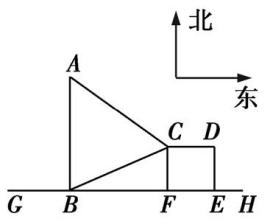


图2*-*8*-*3

(1)求*y*关于*x*的函数解析式;

(2)如果中转站四周围墙的造价为10万元*/*千米,道路的造价为30万元/千米,问*x*取何值时,修建中转站和道路的总造价*M*最低?

**答案**

id:2147497067;FounderCES

1*.*B因为第一次(即2015年5月1日)把油加满,而第二次(即2015年5月15日)把油加满加了48升,即汽车行驶35 600*-*35 000*=*600千米耗油48升,所以每100千米的耗油量为8升,故选B*.*

2*.*B由实验数据和函数模型知,二次函数*p=at*2*+bt+c*的图象过点(3,0*.*7),(4,0*.*8),(5,0*.*5),分别代入解析式,得解得所以*p=-*0*.*2*t*2*+*1*.*5*t-*2*=-*0*.*2(*t-*3*.*75)2*+*0*.*812 5,所以当*t=*3*.*75分钟时,可食用率*p*最大*.*故选B*.*

3*.*D设年平均增长率为*x*,原生产总值为*a*,则(1*+p*)(1*+q*)*a=a*(1*+x*)2,解得*x=-*1,故选D*.*

4*.*24由题意得即所以该食品在33 ℃的保鲜时间是*y=*e33*k+b=*·e*b=*()3*×*192*=*24(小时)*.*

5*.*160元设该容器的总造价为*y*元,长方体的底面矩形的长为*x* m,因为无盖长方体的容积为4 m3,高为1 m,所以长方体的底面矩形的宽为 m,依题意,得*y=*20*×*4*+*10(2*x+*)*=*80*+*20(*x+*)≥80*+*20*×*2*=*160(当且仅当*x=*,即*x=*2时取等号),所以该容器的最低总造价为160元*.*

id:2147497074;FounderCES

**A组基础题**

1*.*C设死亡生物体内原有的碳14的含量为1,则经过*n*(*n*∈N)个“半衰期”后碳14的含量为()*n*,由()*n<*,解得*n>*9*.*97*.*又*n*∈N,所以*n*≥10*.*所以若探测不到碳14的含量,至少需要经过10个“半衰期”*.*故选C*.*

2*.t*2*-*4*t+*2*+*4易求得*AB=*,当3*<t<*4时,所围成图形由一个矩形(长为,宽为4*-t*)与一个梯形(上底为,下底为2*t-*4*+*,高为*t-*2)组成,故*S*(*t*)*=*(4*-t*)*+×*(*+*2*t-*4*+*)*×*(*t-*2)*=t*2*-*4*t+*2*+*4*.*

3*.*(1)*L*(*x*)*=*16*w*(*x*)*-*2*x-x* *=*

(2)当0≤*x*≤2时,*L*(*x*)max*=L*(2)*=*42 *.*

当2*<x*≤5时,*L*(*x*)*=*67*-*[*+*3(*x+*1)]≤67*-*2*=*43,当且仅当*=*3(*x+*1),即*x=*3时等号成立*.*

综上可知,当投入的肥料费用为300元时,种植该果树获得的利润最大,最大利润为4 300元*.*

4*.*(1)当*x=*4时,*y=+*4(4*-*6)2*=*21(千件)*.*

所以该店每日销售产品*A*所获得的利润是2*×*21*=*42(千元);

(2)由题意知,该店每日销售产品*A*所获得的利润*f*(*x*)*=*(*x-*2)[*+*4(*x-*6)2]*=*10*+*4(*x-*6)2(*x-*2)*=*4*x*3*-*56*x*2*+*240*x-*278(2*<x<*6),

从而*f* *'*(*x*)*=*12*x*2*-*112*x+*240*=*4(3*x-*10)(*x-*6)(2*<x<*6)*.*

令*f* *'*(*x*)*=*0,得*x=*或*x=*6(舍去),所以在(2,)上,*f* *'*(*x*)*>*0,函数*f*(*x*)单调递增;在(,6)上,*f* *'*(*x*)*<*0,函数*f*(*x*)单调递减,

所以*x=*是函数*f*(*x*)在(2,6)上的极大值点,也是最大值点,

所以当*x=*≈3*.*3时,函数*f*(*x*)取得最大值*.*

故当销售价格约为3*.*3元*/*件时,利润最大*.*

**B组提升题**

5*.*1*.*375由题意可知,当选用函数*f*(*x*)*=ax*2*+bx+c*时,解得∴*f*(*x*)*=-*0*.*05*x*2*+*0*.*35*x+*0*.*7,∴*f*(4)*=*1*.*3;

当选用函数*g*(*x*)*=abx+c*时,解得

∴*g*(*x*)*=-*0*.*8*×*0*.*5*x+*1*.*4,∴*g*(4)*=*1*.*35*.*

∵*g*(4)比*f*(4)更接近于1*.*37,∴选用函数*g*(*x*)*=abx+c*模拟效果较好,∴*g*(5)*=-*0*.*8*×*0*.*55*+*1*.*4*=*1*.*375,即5月份的销售量为1*.*375万部*.*

6*.*(1)依题意设总利润为*L*(*x*),则*L*(*x*)*=-x*2*+*500*x-*100*x-*40 000*=-x*2*+*400*x-*40 000(*x>*0),

∴*P*(*x*)*==-x-+*400≤*-*200*+*400*=*200,当且仅当*x=*,即*x=*400时等号成立*.*

故当每天生产量为400件时,平均利润最大,最大值为200元*.*

(2)由*b=a+λ*(*c-a*),得*λ=.*

∵*b-a*是*c-b*,*c-a*的比例中项,

∴(*b-a*)2*=*(*c-b*)(*c-a*),

两边同时除以(*b-a*)2,得1*=*·*=*(*-*1),

∴1*=*(*-*1)·,解得*λ=*或*λ=*(舍去)*.*

故乐观系数*λ*的值为*.*

(3)∵厂家平均利润最大,∴*a=+*100*+P*(*x*)*=+*100*+*200*=*400*.*

由*b=a+λ*(*c-a*),结合(2)可得*b-a=λ*(*c-a*)*=*100(*-*1),

∴*b=*100(*+*3)*.*

故*a*与*b*的值分别为400,100(*+*3)*.*

7*.*(1)由题意易知*x>*1,*BC=*2*x.*因为*AB=y*,所以*AC=y-*1*.*

在△*ABC*中,由余弦定理得(*y-*1)2*=y*2*+*4*x*2*-*2*y*·2*x*·cos 60*°*,所以*y=*(*x>*1)*.*

(2)*M=*30(2*y-*1)*+*40*x=-*30*+*40*x*,其中*x>*1,

设*t=x-*1,则*t>*0,*x=t+*1,

所以*M=-*30*+*40(*t+*1)*=*160*t++*250≥2*+*250*=*490,

当且仅当160*t=*,即*t=*时等号成立,此时*x=.*

所以当*x=*时,修建中转站和道路的总造价*M*最低*.*